

第3讲分式方程

一、分式方程的概念

_____中含有未知数的方程叫分式方程。

🗣️ 举个“栗”子

栗子1

1. 下列关于 x 的方程是分式方程的为 ()。

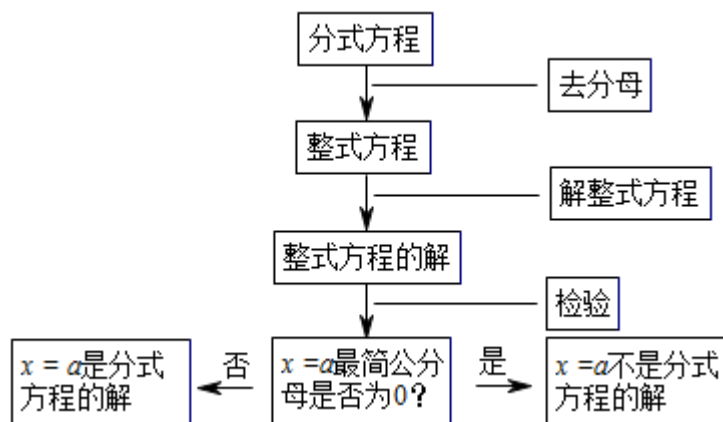
A. $\frac{x+2}{5} - 3 = \frac{3+x}{6}$ B. $\frac{x+1}{7+a} = 3-x$ C. $\frac{x}{a} - \frac{a}{b} = \frac{b}{a} - \frac{x}{b}$ D. $\frac{(x-1)^2}{x-1} = 1$

二、解分式方程

(1) 解分式方程的基本思想

将分式方程转化为_____方程，转化的方法是方程两边都乘以_____，去分母。

(2) 解分式方程的一般步骤



① 在方程的两边同时乘以最简公分母，约去分母，得到整式方程；

② 解这个整式方程；

③ _____，将整式方程的解代入最简公分母，如果最简公分母的值_____，则整式方程的解是原分式方程的解；否则，这个解不是原分式方程的解，必须舍去。

栗子2

2. 方程 $\frac{1}{x-1} = \frac{5}{2x+1}$ 的解为 _____ .

3. 解方程： $\frac{2}{3} + \frac{x}{3x-1} = \frac{1}{9x-3}$.

4. 解方程： $\frac{2x}{2x-1} + \frac{5}{1-2x} = 3$.

5. 解分式方程： $\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{3}{(x-1)(x+2)}$.

栗子3

6. 解方程：

(1) $\frac{7}{x^2+x} + \frac{4}{x^2-x} = \frac{8}{x^2-1}$.

三、分式方程的增根

分式方程的增根满足两个条件：

① 是整式方程的解；② 代入最简公分母为0 .

栗子4

7. 关于 x 的分式方程 $\frac{1}{x-2} + \frac{k}{x+2} = \frac{4}{x^2-4}$ 有增根 $x = -2$ ，则 k 的值是 _____ .

栗子5

8. 若方程 $\frac{6}{(x+1)(x-1)} - \frac{m}{x-1} = 1$ 有增根，则它的增根是 _____， $m =$ _____ .

四、分式方程无解

分式方程无解包含两种情况：

① 分式方程的根是 _____；

② 将分式方程化为整式方程后，整式方程 _____ .

栗子6

9. 若关于 x 的分式方程 $\frac{m}{x-1} + \frac{3}{1-x} = 1$ 无解，则 m 的值是 _____ .

10. 已知关于 x 的方程 $\frac{1}{x-2} + \frac{a}{x^2-4} = \frac{3}{x+2}$ 无解，求 a 的值 .

栗子7

11. 若关于 x 的方程 $\frac{mx}{x-2} - 1 = \frac{-4}{2-x}$ 无解，则 m 的值为 _____ .

独步天下

12. 若关于 x 的分式方程 $\frac{1}{x+1} + \frac{a}{x-2} = \frac{2a}{x^2-x-2}$ 无解，则 $a =$ _____ .

五、含字母参数的分式方程

1. 已知方程的解，求参数的值

栗子8

13. 已知 $x = 3$ 是分式方程 $\frac{kx}{x-1} - \frac{2k-1}{x} = 2$ 的解，那么实数 k 的值为_____.

2. 已知方程解的范围，求参数取值范围

栗子9

14. 关于 x 分式方程 $\frac{m}{x-1} - \frac{3}{x-1} = 1$ 的解为正数，则 m 的取值范围是().

A. $m > 0$

B. $m > 2$

C. $m > 2$ 且 $m \neq 3$

D. $m \neq 1$

15. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{x+k}{x+1} - \frac{k}{x-1} = 1$ 的解为负数，则 k 的取值范围是_____.

16. 若关于 x 的方程 $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-1} = \frac{m}{x^2-1}$ 的解为非负数，求 m 的取值范围.